della stessa collana

vai alla scheda del libro

diagonali

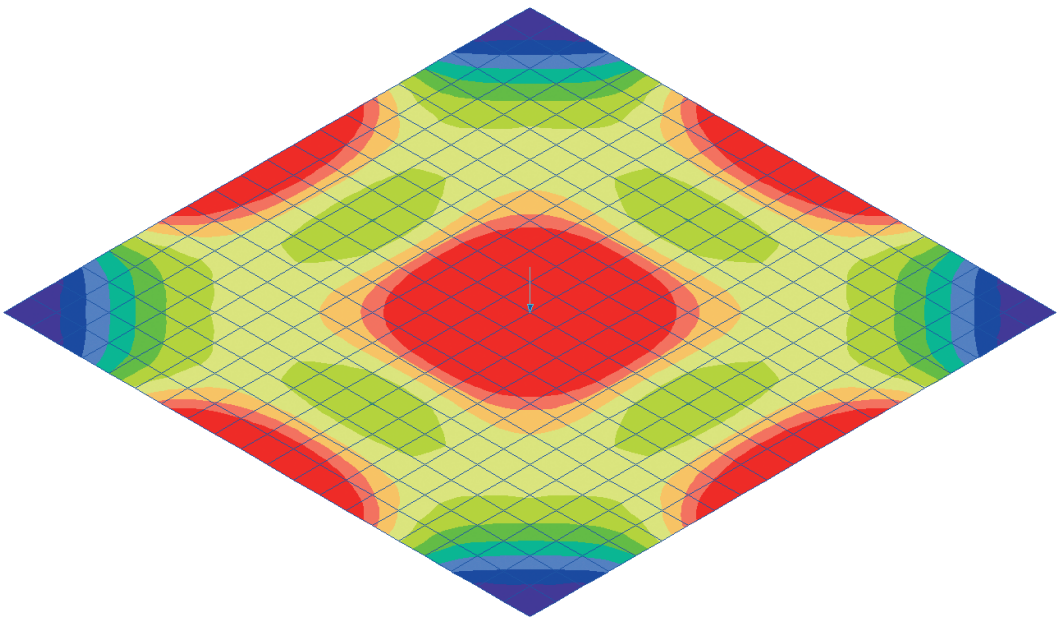
Paolo Rugarli

l'autore

CALCOLO STRUTTURALE CON GLI ELEMENTI FINITI

Una spiegazione di base del metodo degli elementi finiti applicato all'ingegneria strutturale

II EDIZIONE



EPC EDITORE

Come scaricare i contenuti digitali

1. accedi alla sezione **My EPC**

   nel sito www.epc.it (inserisci le credenziali utilizzate per l'acquisto o effettua una nuova registrazione)

2. attiva il tuo **contenuto digitale**

   a) entra nella sezione **Contenuti digitali** cliccando su **I tuoi contenuti digitali**
   b) inserisci il **codice etichetta** che si trova *in fondo a questa pagina* e premi **Attiva**
   c) ne **La mia libreria** saranno attivi i contenuti predisposti per te, clicca su **Vedi contenuti** per visualizzarli o scaricarli

codice etichetta

EPC EDITORE

Per informazioni e chiarimenti

Servizio assistenza 06 33245273 - tecnico@epclibri.it

Paolo Rugarli

CALCOLO STRUTTURALE CON GLI ELEMENTI FINITI

Una spiegazione di base del metodo degli elementi finiti
applicato all'ingegneria strutturale

II edizione

EPC
EDITORE

CALCOLO STRUTTURALE CON GLI ELEMENTI FINITI - II edizione

ISBN: 978-88-9288-250-8

Copyright © 2003/2004 EPC LIBRI S.r.l.
Copyright © 2023 EPC S.r.l. Socio Unico

EPC S.r.l. Socio Unico - Via Clauzetto, 12 - 00188 Roma
www.epc.it
Servizio clienti: 06 33245277 - Fax 06 3313212
Redazione: Tel. 06 33245264/205

La traduzione, l'adattamento totale o parziale, la riproduzione o trasmissione in qualsiasi forma e/o con qualsiasi mezzo elettronico, meccanico o altro (compresi i microfilm, i film, le fotocopie), nonché la memorizzazione anche digitale su supporti di qualsiasi tipo (inclusi magnetici e ottici), i diritti di noleggio e di prestito, sono riservati per tutti i Paesi.
L'Editore si dichiara pienamente disponibile a soddisfare eventuali oneri derivanti da diritti di riproduzione del materiale protetto dai diritti d'autore, di cui non sia stato possibile reperire gli aventi diritto. Ci scusiamo per eventuali omissioni e saremo lieti di inserire gli opportuni riconoscimenti nelle edizioni successive.
L'Editore declina ogni responsabilità per eventuali errori, refusi o inesattezze nonché per eventuali danni risultanti dall'uso delle informazioni presenti nel volume, pur curato con la massima diligenza e attenzione.

Il codice QR che si trova sul retro della copertina, consente attraverso uno smartphone di accedere direttamente alle informazioni di questo volume.
Le stesse informazioni sono disponibili alla pagina:
https://www.epc.it/Prodotto/Editoria/Libri/Calcolo-strutturale-con-gli-elementi-finiti-2ed/5352

Finito di stampare nel mese di settembre 2023
presso la Tipografia Arti Grafiche La Moderna S.r.l. - Guidonia (RM)
per conto della EPC S.r.l. Socio Unico - via Clauzetto 12 - Roma 00188

A mia nipote, Anna

INDICE GENERALE

PREMESSA ALLA SECONDA EDIZIONE **15**

PREMESSA ALLA PRIMA EDIZIONE **19**

CAPITOLO 1
INTRODUZIONE **21**

CAPITOLO 2
PANORAMICA **25**

2.1 Una similitudine 25
2.2 Le principali tappe 29
2.2.1 Scelta del modello matematico 30
2.2.2 Scelta del tipo di elemento finito 31
2.2.3 Meshing 32
2.2.4 Attribuzione delle proprietà 36
2.2.5 Attribuzione dei vincoli 37
2.2.6 Descrizione dei carichi 38
2.2.7 Rinumerazione dei nodi e formazione dei vettori 41
2.2.8 Assemblaggio 42
2.2.9 Soluzione 44
2.2.10 Stress recovery 45
2.2.11 Output e interpretazione dei risultati 46

CAPITOLO 3
ELASTICITÀ: FORMULAZIONI PARTICOLARI **49**

3.1 Introduzione 49
3.2 L'aspetto energetico del problema elastico 50
3.3 Teoria tecnica della trave 54
3.3.1 Introduzione, richiami di geometria delle aree 54
3.3.2 Elongazione-accorciamento 57
3.3.3 Flessione e taglio (Eulero-Bernoulli) 63

3.3.4 Flessione e taglio (Timoshenko) 68
3.3.5 Torsione 73
3.3.6 Considerazioni finali 77
3.3.6.1 "Trave" alla Eulero-Bernoulli 77
3.3.6.2 "Trave" alla Timoshenko 78
3.4 Stati piani di sforzo (plane stress) 79
3.5 Stati piani di deformazione (plane strain) 83
3.6 Piastra sottile (Germain-Kirchhoff) 85
3.7 Piastra spessa (Mindlin-Reissner) 89
3.8 Assialsimmetrie 93
3.9 Solidi generici 96

CAPITOLO 4
L'ELEMENTO FINITO 97
4.1 Introduzione 97
4.2 Dentro l'elemento finito 98
4.2.1 Il problema 98
4.2.2 Tipo di elemento, forma dell'elemento 99
4.2.3 La tabella delle coordinate, la tabella delle incidenze 101
4.2.4 La connessione 104
4.2.5 Le ipotesi base: il "principio astrologico" 106
4.3 Sviluppi formali: analitica dell'elemento finito 112
4.3.1 Congruenza 112
4.3.2 Costituzione 114
4.3.3 Energetica 114
4.3.4 Equilibrio 117
4.3.5 Un modello semplificato per la struttura 119
4.4 Il problema della congruenza e quello della compatibilità 121
4.4.1 Classificazione delle connessioni 125
4.5 Sistema locale e sistema globale 130
4.6 Il calcolo degli integrali 134
4.6.1 Introduzione 134
4.6.2 Problemi di geometria 135
4.6.3 Problemi di integrazione 137

CAPITOLO 5
ASSEMBLAGGIO 141
5.1 La ricomposizione del quadro unitario 141
5.2 Il vettore degli spostamenti nodali: dall'elemento alla struttura e viceversa 141

5.3 Metodo statico 144
5.4 Metodo energetico 147
5.5 Considerazioni sul sistema di equazioni risolvente 148
5.6 Considerazioni sulla matrice di rigidezza 148
5.6.1 Assemblaggio di una struttura elementare 148
5.6.2 Interpretazione statica dei termini della matrice di rigidezza 151
5.6.3 Interpretazione energetica della matrice di rigidezza 154
5.6.4 Caratteristiche tipiche della matrice di rigidezza 156
5.7 Eterogeneità degli elementi 157

CAPITOLO 6
LE AZIONI **161**
6.1 Generalità 161
6.2 Forze o coppie nodali 162
6.3 Carichi "distribuiti" sugli elementi 163
6.3.1 Approccio "consistent" 164
6.3.2 Approccio "lumped" 166
6.3.3 Forze di incastro perfetto (TRAVI) 167
6.3.4 Quale metodo? 169
6.3.5 Esempi 170
6.4 Azioni applicate e reazioni vincolari 174
6.5 Casi di carico e combinazioni 174
6.5.1 Il concetto di "caso di carico" 174
6.5.2 Combinazioni di normativa:
stati limite e tensioni ammissibili 175
6.5.3 Il principio di sovrapposizione degli effetti 176
6.6 Carichi termici 178
6.7 Analisi statica equivalente (sisma) 179
6.7.1 Cenni di richiamo al problema 179
6.7.2 Conversione di azioni in masse 180
6.7.3 Azioni statiche equivalenti 182

CAPITOLO 7
I VINCOLI **183**
7.1 Introduzione 183
7.2 Vincoli reali 184
7.2.1 Generalità 184
7.2.2 Vincoli fissi 186
7.2.3 Vincoli cedevoli 188
7.2.3.1 Cedimenti assegnati 188

7.2.3.2 Rigidezze assegnate (interazione suolo-struttura, suolo di Winkler) ... 190
7.2.4 Vincoli cinematici (MPC) ... 192
7.2.5 Labilità ed ipostaticità strutturali ... 193
7.2.5.1 Labilità ed ipostaticità conclamate ... 193
7.2.5.2 Quasi labilità, quasi ipostaticità: ricerca di zone cedevoli ... 197
7.2.6 Vincoli di simmetria ... 201
7.3 Gradi di libertà inattivi: formulazioni ad hoc ... 204
7.4 Gradi di libertà inattivi: pseudo labilità ... 206
7.4.1 Pseudo labilità attivate e non attivate ... 206
7.4.2 Eliminazione di pseudo labilità ... 207
7.4.3 Individuazione numerica delle pseudo labilità ... 209
7.5 Strutture autoequilibrate ... 210

CAPITOLO 8
SOLUZIONE E STRESS RECOVERY ... 213
8.1 Soluzione ... 213
8.1.1 Cenni ai metodi di soluzione di sistemi lineari ... 213
8.1.1.1 Metodi diretti ... 214
8.1.11.1 Riduzione gaussiana ... 216
8.1.11.2 Metodo di Cholesky ... 217
8.1.1.2 Metodi iterativi ... 218
8.1.12.1 Il metodo di Gauss-Seidel ... 219
8.1.12.2 Il metodo del gradiente coniugato ... 219
8.1.2 Tecniche di memorizzazione della matrice di rigidezza ... 220
8.1.3 Rinumerazione ... 225
8.1.4 Il punto di vista dell'utilizzatore ... 228
8.1.4.1 Prevedere la occupazione di memoria ... 228
8.1.4.2 Impostare un buon funzionamento della macchina ... 229
8.1.42.1 Multitasking ... 229
8.1.42.2 Memoria virtuale ... 229
8.1.42.3 Esecuzione automatica ... 230
8.1.42.4 Thread priority ... 231
8.1.42.5 Thread frequency ... 231
8.1.42.6 Frammentazione hard disk ... 231
8.1.4.3 Rendere la soluzione più rapida ... 231
8.2 Stress recovery ... 232
8.2.1 Come funziona la stress recovery ... 232
8.2.2 Interpolazione ed estrapolazione (local smoothing) ... 232
8.2.3 Scarti interelementari (interelement jumps) ... 233
8.2.4 Global smoothing: i rischi del belletto ... 236

CAPITOLO 9
VALUTAZIONE DELL'ERRORE **239**
9.1 Classificazione degli errori 239
9.2 Valutazione dell'errore numerico 240
9.2.1 Caratteristiche della convergenza del Metodo 240
9.2.2 Misura dell'errore: residui e reazioni vincolari 244
9.2.3 Mappe di sforzo unsmoothed 246
9.2.4 Cifre significative: verità e miti 248
9.3 Ricerca dell'errore di modellazione 248
9.3.1 Generalità 248
9.3.2 La formulazione (metaerrore) 249
9.3.3 La mesh (metaerrore o esoerrore) 249
9.3.4 Elementi doppi, nodi doppi (esoerrore) 251
9.3.5 Orientazione dei profili, svincoli (esoerrori) 252
9.3.6 Simmetrie, antisimmetrie: controlli 253
9.3.7 Risultanti totali e parziali: controlli 254
9.3.8 Deformate: controlli 254
9.3.9 Il fondamentale ruolo delle stime ingegneristiche 255
9.4 Errori del software (endoerrori) 257
9.5 Validazione 260

CAPITOLO 10
I PROBLEMI STRUTTURALI **269**
10.1 Plane stress 269
10.2 Plane strain 269
10.3 Problemi assialsimmetrici 270
10.4 Problemi di piastra 270
10.5 Gusci 272
10.6 Problemi solidi 273
10.7 Strutture reticolari 273
10.8 Telai 275
10.9 Problemi misti 276

CAPITOLO 11
GLI ELEMENTI FINITI PIÙ FREQUENTI **279**
11.1 Premessa 279
11.2 Biella (truss) 279
11.2.1 Elemento a due nodi 280
11.2.2 Elemento a tre nodi 281
11.3 Trave (beam) 282

11.3.1 Generalità 282
11.3.2 Elemento a due nodi alla Eulero-Bernoulli 285
11.3.2.1 Parte torsionale, funzioni di forma 285
11.3.2.2 Parte flessionale, funzioni di forma 286
11.3.2.3 Il modello completo 288
11.3.2.4 Il problema della orientazione nello spazio 292
11.3.2.5 End release (svincoli) 295
11.3.2.6 Correzione legata al fattore di taglio 298
11.3.2.7 Precisione dell'elemento trave 301
11.3.27.1 Trave snella (nessuna correzione dovuta al taglio) 301
11.3.27.2 Trave con correzione legata agli effetti del taglio 303
11.3.3 Elemento a due nodi di Timoshenko 303
11.3.4 Elementi a tre o più nodi 305
11.4 Molla (spring) 306
11.5 Stati piani di sforzo e deformazione (plane stress, plane strain) 307
11.5.1 Elemento triangolare a tre nodi (CST) 308
11.5.2 Elemento triangolare a 6 nodi (LST) 310
11.5.3 Elemento a 4 nodi 313
11.5.3.1 Elemento isoparametrico bilineare 313
11.5.3.2 Elemento di Taylor-Simo (TAYL4) 320
11.5.3.3 Elemento non compatibile QM6WI 320
11.5.4 Elemento quadrangolare isoparametrico a 8 nodi e a 9 nodi (QUAD8 e QUAD9) 322
11.5.5 Elementi di transizione 324
11.6 Membrana 325
11.7 Piastra-guscio (plate-shell) 325
11.7.1 Generalità 325
11.7.2 L'elemento DKT e l'elemento DKQ (piastra sottile) 326
11.7.3 L'elemento di De Veubeke (piastra sottile [29]) 330
11.7.4 L'elemento di Huges (piastra sottile o spessa) 330
11.7.5 L'elemento di Dvorkin-Bathe (piastra sottile o spessa, MITC4) 331
11.7.6 Il problema del "drilling dof" 332
11.8 Elementi solidi (cenni) 334
11.8.1 Generalità 334
11.8.2 Elemento tetraedrico a 4 nodi (tetra4) 334
11.8.3 Elemento tetraedrico a 10 nodi (tetra10) 335
11.8.4 Elemento isoparametrico a 8 nodi (hexa8) 336
11.8.5 Elemento isoparametrico a 20 nodi (hexa20) 336

CAPITOLO 12
PROBLEMI DI MODELLAZIONE 339
12.1 Pittura e modellazione 339
12.2 Strutture tipiche 343
12.2.1 Travi continue 343
12.2.2 Capriate 348
12.2.3 Tralicci 353
12.2.4 Telai piani 355
12.2.5 Telai spaziali 362
12.2.6 Edifici in muratura (cenni) 366
12.2.7 Piastre 369
12.2.8 Solai 369
12.2.8.1 Solai modellati unicamente come MPC 369
12.2.8.2 Solai pieni..... 370
12.2.8.3 Solai nervati 371
12.2.9 Edifici con nuclei di controvento o pareti di taglio in c.a. 371
12.2.10 Plinti 374
12.2.11 Travi rovesce 374
12.2.12 Platee di fondazione 374
12.2.13 Serbatoi cilindrici, gusci (cenni) 378
12.3 Connessioni 380
12.3.1 Connessioni omogenee 380
12.3.1.1 Biella (truss) 380
12.3.1.2 Trave (beam)..... 380
12.3.1.3 Membrana..... 381
12.3.1.4 Piastra-guscio..... 382
12.3.2 Connessioni eterogenee 382
12.3.2.1 Biella-Trave..... 382
12.3.2.2 Biella-Membrana..... 382
12.3.2.3 Biella-Piastra..... 383
12.3.2.4 Trave-Membrana 383
12.3.2.5 Trave-Piastra 384
12.3.2.6 Membrana-Piastra 385

CAPITOLO 13
IL PROBLEMA DELLE VERIFICHE 387
13.1 Verificatori e solutori 387
13.2 Programmatori e Normatori 389
13.2.1 Programmabilità di una Norma 389
13.2.2 Estendibilità di una Norma 394

13.2.3 Coerenza di una Norma 394
13.2.4 Errori e test 395
13.3 Il ritorno dell'arbitrio 396

CAPITOLO 14
RIFERIMENTI **397**

APPENDICE I
NOTAZIONE, RICHIAMI DI CALCOLO **401**

APPENDICE II
RICHIAMI DI TEORIA DELLA ELASTICITÀ **405**

APPENDICE III
PRINCIPALI SIMBOLI **413**

APPENDICE IV
DIZIONARIO MINIMO **417**

APPENDICE V
IL PROGRAMMA SARGON E I FILE DI ESEMPIO **425**
V.1 Introduzione 425
V.2 Installazione 426
V.3 Creazione guidata di un telaio piano 426
V.4 I modelli disponibili 440

INDICE ANALITICO **455**

PREMESSA ALLA SECONDA EDIZIONE

Rimetto mano a questo libro per preparare la sua seconda edizione a circa venti anni dalla prima. Il libro ha avuto una ottima diffusione, anche tenendo presente che si tratta pur sempre di una materia abbastanza complessa, e credo che gli obiettivi che mi ero dato siano stati raggiunti: cercare di spiegare in modo comprensibile cosa sia e come funzioni il Metodo degli Elementi Finiti, in specie applicato ai problemi di calcolo strutturale in ingegneria civile.

A distanza di venti anni, la gran parte del libro è rimasta identica, perché avevo seguito un approccio generale, ben poco ancorato alla realtà contingente. Si è reso necessario migliorarne la qualità generale, ed uniformarlo al formato della collana *I Diagonali*, che nel frattempo ha visto la luce. Ho tolto o aggiornato le parti obsolete. Sostituito e aggiornato le figure. Ma l'impianto generale credo fosse solido ed è rimasto identico.

In questi venti anni hanno anche visto la luce, per lo stesso editore, il libro *Analisi Modale Ragionata*, anch'esso giunto alla seconda edizione, e il libro *Validazione Strutturale*.

In effetti i tre libri, *Calcolo Strutturale con gli Elementi Finiti* (2003); *Analisi Modale Ragionata* (2005) che ne è la naturale prosecuzione in ambito dinamico e non più statico; *Validazione Strutturale* (2014), un lavoro interamente dedicato alla validazione dei modelli di calcolo, costituiscono una unica opera che tratta i problemi di calcolo strutturale agli elementi finiti in tutti gli aspetti maggiormente praticati nella pratica tecnica. È il lavoro di una vita.

Questi lavori sono nati da una esperienza piuttosto specifica quando pensata fatta da una sola persona: la laurea in ingegneria strutturale e poi lo sviluppo *diretto*, per più di trenta anni, di software di calcolo per le analisi strutturali che poi è stato venduto e usato per problemi *reali* da colleghi; la assistenza per decenni ai clienti, veri clienti, sui progetti *reali*, e la relativa informazione su tutti i loro problemi di analisi e calcolo; la ideazione e successiva programmazione, se e quando necessario, di soluzioni; la ricerca degli errori, propri e altrui. Ogni cosa passata al setaccio: per decenni.

In particolare, mi preme dire, e credo sia davvero importante, un conto è studiare una tecnica numerica, un altro conto è creare un programma che la esegue. Troppo spesso la attività di programmazione e di progettazione del software di calcolo strutturale viene vista in senso diminutivo e spregiativo da persone che non hanno mai programmato nulla o se lo hanno fatto, ben poco, là dove invece se fatta appropriatamente e con una visione generale del problema, la programmazione è una attività che non perdona nulla, e che richiede ampie competenze, almeno, se il pro-

gramma è un buon programma. Bisogna avere competenze trasversali e una visione complessiva. Conoscere a fondo molte cose diverse. Va detto con umiltà, ma anche con convinzione, che implementare un solutore lineare o non lineare per centinaia di migliaia di equazioni, varie interfacce grafiche, le matrici di rigidezza di tanti elementi, organizzare i dati, trattarli, restituirli, programmare le verifiche secondo varie normative, *facendo in modo che tutto funzioni*, dà una visione delle cose che non si può avere se questi problemi si studiano e basta. E idem, ascoltare centinaia e centinaia di telefonate con la descrizione di un problema ed esercitarsi a capire in fretta dove mettere le mani; o leggere migliaia di email che descrivono problemi della più varia specie, in campo statico, dinamico, per strutture civili, industriali, navali, meccaniche, e *risolverli*, costituisce un patrimonio di esperienza molto specifico che deve poter essere utile anche ad altre persone.

Queste considerazioni vengono fatte per spirito di servizio. Quanti hanno avuto questa specifica esperienza possono cercare di spiegare ciò che hanno compreso dedicando a questi studi e a queste esperienze la gran parte della propria vita lavorativa. Queste persone, io credo, hanno un dovere in più.

La sensazione quindi di avere il dovere di cercare di spiegare, di fare qualcosa, che ebbi verso la fine degli anni '90, e che si concretizzò poi in quello che allora mi apparve, come è testimoniato dalla premessa alla prima edizione, un compito temerario e persino immodesto, si è in tutti questi anni rafforzata e confermata. Perché non solo i problemi che mi avevano spinto a scrivere il mio primo libro *non* si sono attutiti, ma direi piuttosto che si sono aggravati e resi ancora più evidenti.

Non a caso è nata questa collana, *I Diagonali*, nella quale questo primo mio sforzo ora è ricompreso, e non a caso è da dieci anni che sto lavorando al mio *Validazione Strutturale*, che cerca di sistematizzare la materia "controlli sui modelli di calcolo computerizzati", e del quale al momento è solo uscito il primo volume.

La diffusione della conoscenza del Metodo degli Elementi Finiti era scarsa nel 2003 ed è ancora più scarsa nel 2023. La semplicità d'uso – apparente – dei programmi nel 2003 era alta, ed è ancora più alta nel 2023. La semplicità con la quale vengono prodotti modelli del tutto sbagliati è ulteriormente cresciuta, e così la loro diffusione. Il livello medio di competenze su questa materia, penso di doverlo dire, non è aumentato: è ulteriormente diminuito.

Sono stato allievo del Politecnico di Milano quando ancora esisteva il Dipartimento di Ingegneria Strutturale, ed in quei primi anni '80 c'erano insegnanti di grandissima bravura che hanno *massacrato*, a fin di bene, me e i miei compagni di quei corsi. A loro va il mio pensiero pieno di gratitudine e di stima.

Prima non esistevano i programmi per PC, invero, non esistevano i PC. Poi, non è credo quasi più esistito l'insegnamento monografico sui fondamenti meccanici e teorici del Metodo (Scienza delle Costruzioni II era un esame *annuale* monografico su questo, ed era tenuto a Milano dal Prof. Giulio Maier).

In quel periodo, in quei particolari anni, c'erano già i primi programmi su PC e c'era ancora, almeno al Politecnico di Milano, un insegnamento estremamente serio e rigoroso sui fondamenti computazionali e meccanici del Metodo. Credo sia stata una finestra cronologica abbastanza unica. Ancora si facevano davvero i cal-

coli a mano, e così negli studi di progettazione si insegnava, ma già si facevano i modelli di calcolo, che però erano visti dagli anziani con sospetto, con una sana meticolosa attenzione al controllo. Che infatti spesso *affondava* il modello e il malcapitato latore (a riguardo ricordo con gratitudine l'ing. Edoardo Nova, che fu un progettista con i controfiocchi, ben noto agli esperti di acciaio così come il prof. Leo Finzi, titolari dello studio omonimo, e nati entrambi negli anni '20).

Dedicarsi allo sviluppo di software basato sul Metodo degli Elementi Finiti, ma profittando delle interfacce grafiche che si andavano allora diffondendo, fu, alla fine degli anni '80, una scelta naturale (prima di Windows 95 a 32bit, c'era in pratica solo DOS perché Windows 3.1 era a 16 bit e non funzionava molto bene e la gestione della grafica in DOS era complicata).

Apparve naturale perché si intuivano le enormi potenzialità, senza prevedere o comprendere gli enormi rischi. Le interfacce grafiche interattive rendevano tutto semplice, e chi scrive è stato tra quelli che hanno progettato tra le prime interfacce grafiche commerciali nel settore della ingegneria strutturale, nei primissimi anni '90. *Cliccare un'asta* era una cosa del tutto nuova. Ma quella semplicità non è andata a favore di chi aveva solide basi, si è piuttosto diffusa come un canto delle sirene che ha incantato molti inesperti.

Io credo che i rischi abbiano superato i vantaggi, e penso che oggi l'uso dei programmi in modo sregolato sia una seria minaccia. Nessuno o quasi calcola più a mano a parte. Tutto viene immesso nella macchina e i risultati sono *quelli*.

Niente di più falso.

Ecco dunque che la riedizione di questo testo, chiestami con affettuosa insistenza dall'Editore da un bel po' di anni, perché il libro non era più stato ristampato in attesa della riedizione ed era introvabile, benché cercato, e lungamente differita per i tanti altri lavori contemporanei, ecco che appare se non altro opportuna: è un peccato che un testo che ha aiutato migliaia di professionisti a capir meglio certe cose, sia abbandonato solo perché magari si presenta un po' dimesso.

Tutte le ragioni che lo hanno richiesto, venti anni fa sono ancora lì.

Arrivato proprio oggi a sessanta anni, vorrei fare quello che non volli fare venti anni fa, per non apparire voglioso di illuminare il mio lavoro di luce riflessa: voglio esplicitamente ringraziare e ricordare qui chi più di ogni altro ha cambiato il corso dei miei studi, perché incontrare il suo corso mi deviò su questa via, che ho poi percorso per i successivi quasi quaranta anni: il mio Maestro, il Professor Giulio Maier. Dopo il suo corso cambiò tutto. Mi nacque una passione che non si è mai spenta. Avevo trovato il modo di fare il mio lavoro, avevo trovato le cose che mi appassionavano.

Spero che questo libro possa aiutare tanti altri colleghi, oltre a quelli della prima edizione, a capire meglio cosa sia questo benedetto e indispensabile *Metodo degli Elementi Finiti*.

Buona lettura.

Milano 17 maggio 2023

L'Autore

PREMESSA ALLA PRIMA EDIZIONE

Questo lavoro è nato dal desiderio di fornire una guida che fosse facilmente comprensibile e che illustrasse alcuni dei principali aspetti del Metodo degli Elementi Finiti, cercando di favorire un uso più accorto e consapevole della considerevole potenza di calcolo oggi a disposizione. Il testo vuole essere una specie di anello intermedio tra l'assenza di qualunque informazione ed un testo specialistico: si è cercato, nello scriverlo, di essere completamente comprensibili al fine di far capire il nocciolo fondamentale dei problemi, e senza troppo preoccuparsi della rigorosa ortodossia formale. A volte semplificare avrebbe richiesto un altro libro (cap. 3, richiami sulle teorie semplificate, o cap. 11, descrizione degli elementi finiti-base), e quindi in questi ambiti si è dovuto per sintetizzare essere un po' più formali.

Il lavoro che viene qui proposto non ha nessuna pretesa, se non quella di cercare di essere di aiuto. Nello scrivere questo lavoro all'Autore sono apparsi sempre più chiari i suoi limiti, ed i limiti di questo sforzo: l'Autore è ben consapevole che lavori di questo tipo possono facilmente essere accusati di semplicismo, approssimazione, incompletezza, presunzione. In ogni caso resta comunque necessario ed urgente proporre ai Colleghi una lettura meno ostica e meno irta di spine del Metodo degli Elementi Finiti, e ciò nell'interesse della qualità dei calcoli strutturali.

Questo testo è un tentativo in questa direzione.

L'Autore desidera ringraziare tutti i Colleghi che nel corso degli anni, con le loro domande e con le loro osservazioni sul campo, ed anche con la loro fiducia, hanno consentito di approfondire e di meglio comprendere tanti problemi dei quali qui ora si prova a dare conto. L'Autore ringrazia anche la Signora Clea Nardi, che lo ha aiutato a realizzare le figure, e la Signora Maria Caporali, di EPC LIBRI, il cui lavoro di composizione e controllo del testo è stato prezioso.

Infine, l'Autore desidera avere qui la possibilità di ringraziare la sua Scuola: il Politecnico di Milano.

Milano, luglio 2003

L'Autore

CAPITOLO 1

INTRODUZIONE

Negli anni '80 si è vista una progressiva diffusione del Metodo degli Elementi Finiti (o brevemente: Metodo), tra i professionisti, le società di *engineering* e le imprese di costruzioni. Si può dire che la diffusione dei programmi agli elementi finiti sia cominciata già negli anni '70 mediante il celeberrimo SAP (*Structural Analisys Program* [1]), padre di tutti gli acronimi in questo settore. Tuttavia, la difficoltà d'uso e la scarsa disponibilità di mezzi di calcolo al di fuori delle strutture universitarie, fecero sì che la diffusione del Metodo fosse abbastanza limitata.

Va detto peraltro che anche la *domanda* di analisi agli elementi finiti era limitata: le norme non chiedevano calcoli di quel genere, e la committenza non esigeva – se non in casi molto particolari – relazioni di calcolo contenenti elaborati basati su calcoli agli elementi finiti. Era il tempo dei prontuari della più varia specie, di quelle opere, in auge sin dal XIX secolo, aventi l'obiettivo di campionare i casi più frequenti per offrire una rapida guida all'ingegnere non più freschissimo sul principio dei lavori virtuali, e giustamente privo della voglia di risolvere a mano un *sistemino* di cinque o dieci incognite. Fu il tempo glorioso della statica grafica.

Ovviamente tutto è cambiato con il diffondersi del *personal computing*.

La progressiva diffusione del Metodo (e del software) ha comportato una evoluzione delle normative, che oggi richiedono calcoli sempre più apparentemente sofisticati e sempre meno affrontabili a mano; una maggior domanda di risultati generali e comprensibili in forma sintetica come mappe a colori, deformate, diagrammi di azioni interne ecc.; la rapida obsolescenza degli strumenti redatti in forma tabellare, e molte altre conseguenze ancora.

Apparentemente ciò dovrebbe aver portato ad un miglioramento della qualità delle opere ingegneristiche, e ad un accresciuto livello di sicurezza delle stesse. Purtroppo per quanto riguarda la qualità, la situazione in Italia è sotto gli occhi di tutti [2]. Per quanto riguarda l'accresciuto livello di sicurezza, invero, è tutto da dimostrare che si sia realmente ottenuto, e ciò per vari motivi.

Sebbene il Metodo sia oggi richiestissimo ed assai diffuso non sembra che altrettanto diffusa sia una conoscenza di base dei principi e delle regole che stan-

1. Il programma SAP fu sviluppato all'università di Berkeley, in California, da Klaus Jurgen Bathe ed Edward Wilson. Del programma furono rilasciate diverse versioni, l'ultima delle quali è SAP V. Dopo SAP V gli Autori svilupparono un codice per calcoli nonlineari, NONSAP (1973), eppoi si divisero: il Professor Wilson sviluppò insieme con altri SAP80 eppoi SAP90; il Professor Bathe ADINA.

no dietro i sistemi di calcolo impiegati. Ciò sia perchè per la diffusione non v'è stato tempo (molti professionisti non hanno potuto seguire corsi universitari sull'argomento), sia perché la gestione di un programma agli elementi finiti può rappresentare soltanto una parte del lavoro da svolgere: si pensi a quei numerosissimi professionisti che fanno i calcoli ma anche tante altre cose, e non hanno quindi il tempo per dedicarsi completamente all'apprendimento del Metodo e del programma di calcolo in loro possesso che ne consente l'impiego.

I testi specialistici sull'argomento sono spesso in lingua inglese [3], richiedono un considerevole impegno, e quindi difficilmente possono essere letti da chi ormai di tempo non ne ha più molto. A volte sono testi molto belli, ma purtroppo non sono conosciuti come dovrebbero, richiedendo, come richiedono, la passione e la costanza di chi può dedicare ad essi qualche mese di studio.

Se è comprensibile che i testi specialistici rappresentino un ostacolo non per tutti sormontabile, è anche vero che la completa assenza di studio è assai pericolosa: l'uso di programmi agli elementi finiti essendo privi di nozioni di base sul Metodo può obbiettivamente dare luogo a serie sviste ed a inconvenienti che – anche se raramente vengono alla luce – rappresentano nondimeno un formidabile limite al progresso dell'ingegneria strutturale *reale*.

A tutt'oggi gli Allievi Ingegneri ed Architetti che seguono corsi specifici sull'argomento sono una ristretta minoranza.

Lo spunto per scrivere questo lavoro è venuto all'Autore nel corso di un lavoro *sul campo* durato undici anni e che oggi dura da più di trenta. Il lavoro è stato quello di fornire spiegazioni ed assistenza tecnica agli utilizzatori del programma agli elementi finiti SARGON che – nel corso degli anni – l'Autore stava scrivendo (e che viene sommariamente descritto in Appendice V). Proprio facendo questo lavoro è emerso che tante volte le spiegazioni riguardavano non già gli aspetti operativi, bensì quelli più strettamente legati alla teoria (ampia la casistica sulle labilità, sull'uso di elementi finiti appropriati per un dato problema, sull'analisi modale, ecc. ecc.).

2. Tra le numerose possibili citazioni a riguardo, in "Fallimenti strutturali e deficienze previsionali", G. Sarà R. Nudo, contenuto in (Gori, 2001, [15]), viene detto ad esempio che "può apparire sorprendente l'elevata quantità di fallimenti strutturali di recente data riguardanti non solo le vecchie costruzioni degradate ma anche le costruzioni di nuova realizzazione". Tra le cause della situazione disastrosa, accanto alla rapacità di chi lucra a spese della sicurezza, l'ignoranza e l'abusivismo, viene anche detto "Si consideri, ancora, come il ricorso sempre più esteso agli strumenti informatici tenda ad indurre il progettista ad una ricezione passiva dei dati ottenuti mediante programmi di calcolo sempre più sofisticati, con conseguente progressiva riduzione del ricorso a strumenti tradizionali, ma fondamentali, di valutazione quali l'esperienza ed il giudizio critico".

3. I testi (Zienkiewicz, Taylor, 1989, [2]), (Cook, Malkus, Plesha 1989, [3]), (Bathe, 1996 [4]) sono veri e propri "testi sacri" citati sempre universalmente e fondamentali per chi voglia approfondire con testi inglesi, scritti da alcuni degli Autori che hanno "fatto" il Metodo. In lingua italiana l'Autore conosce i testi (Brebbia, Connor, 1978 [5]), (Corradi dell'Acqua, 1992 [6]), (Cesari, 1997 [25]) (parte di una serie sul Metodo), (Toniolo, 1982, [26]) tutti comunque di tipo più o meno specialistico.

Il lavoro è diviso nel seguente modo.

- Il capitolo 2 è una panoramica sul Metodo, e serve a farsi una prima idea della materia che verrà trattata. L'idea è quella di fornire sin da subito un quadro di riferimento nel quale inscrivere gli argomenti che verranno trattati nel corso del libro. Sebbene si sia cercato di chiarire al massimo, diversi concetti che saranno in seguito illustrati sono qui appena abbozzati e sgrossati: il lettore sappia che essi verranno ulteriormente approfonditi nel seguito.
- Il capitolo 3 è un riepilogo dei principali risultati delle varie teorie semplificate, che devono essere conosciute almeno per sommi capi da chi vuol fare modellazione. Chi già conosce le varie teorie può scorrerlo giusto per vedere la notazione usata. Chi non ha nozione alcuna di teoria della elasticità troverà presumibilmente difficoltà che lo indurranno ad approfondire. I più potranno trovare in questo capitolo un piccolo riepilogo dei fatti salienti e rinfrescare la memoria. Non è indispensabile conoscere a memoria le equazioni differenziali, ma le ipotesi base, sì.
- Il capitolo 4 entra nel dettaglio di ciò che il Metodo prevede per un *elemento finito generico*, introducendo tutti i concetti più importanti. Lo sforzo è stato quello di descrivere in termini generali il problema, riferendosi all'approccio negli spostamenti che è quello affermatosi storicamente per primo e che rappresenta la via maestra per comprendere il Metodo. Questo capitolo è fondamentale, nel lavoro, per comprendere il Metodo.
- Il capitolo 5 descrive l'assemblaggio, che riunisce le informazioni sui vari elementi finiti.
- Il capitolo 6 tratta delle azioni, il 7 dei vincoli, cercando di descrivere tutti i principali inconvenienti che possono sorgere.
- Il capitolo 8 spiega i tipici problemi legati alla soluzione numerica del problema algebrico finale (*solving*) nonché alla restituzione degli sforzi sugli elementi (*stress recovery*). È in questo capitolo che vengono svelati i trucchi che consentono di avere belle (e infedeli) mappe a colori.
- Il capitolo 9 si sofferma sulle tecniche impiegabili per valutare l'errore, tecniche da usare per sottoporre ogni analisi a controlli di bontà e affidabilità. Si parla anche di validazione, facendo riferimento allo specifico lavoro fatto sul tema. L'insieme dei capitoli 4, 5, 6, 7, 8 e 9 costituisce una spiegazione di base del Metodo.
- Il capitolo 10 illustra sinteticamente le problematiche tipiche delle varie formulazioni viste nel capitolo 3, dal punto di vista degli elementi finiti, cerca in somma di legare le formulazioni ai problemi concreti.
- Il capitolo 11 descrive le caratteristiche degli elementi finiti più usati nelle varie formulazioni, senza la pretesa di descrivere dettagliatamente tutti gli elementi (ma travi, bielle e stati piani, sì) però cercando di dare informazioni sulla loro efficienza.
- Il capitolo 12 si sofferma sui problemi di modellazione più tipici, cercando di dare delle tracce capaci di individuarli e rimuoverli. Sono elencati numerosi

esempi anche di modelli errati e schemi e tabelle utili per fare nuovi modelli. Lo studio degli errori fatti da altri e dei problemi di raffinatezza della discretizzazione può aiutare a capire come muoversi, tenendo conto che si è immaginato di usare software di fascia media, quali quelli maggiormente diffusi tra i Professionisti.

- Il capitolo 13 fa cenno dei tipici problemi legati alla implementazione di verificatori automatici, al fine di informare almeno per sommi capi del fatto che non si tratta di programmi miracolosi, ma di programmi irti – a loro volta – di problemi e difficoltà. I capitoli 10, 11, 12 e 13 formano una specie di guida pratica al Metodo.
- L'appendice I è dedicata alla notazione ed a alcuni richiami di calcolo
- L'appendice II è dedicata ai minimi richiami di teoria della elasticità.
- L'appendice III elenca i principali simboli usati nel testo.
- L'appendice IV è un dizionarietto minimo, utile per consultazioni rapide.
- L'appendice V dà informazioni sintetiche sul programma SARGON e spiega come ottenere alcuni modelli di esempio, ed una versione dimostrativa del programma.

Per quanto riguarda l'uso di termini inglesi nel testo, questi sono stati tutti spiegati e comunque si trovano anche nel dizionarietto. A parere di chi scrive non è questo l'ambito nel quale le Accademie della Crusca (peraltro benemerite in altre sedi) devono interferire. Non v'è nulla di male nell'usare termini stranieri se tutta la comunità scientifica internazionale li usa e se quei termini sono stati proposti da chi ha inventato, di volta in volta, le tecniche di cui si parla. Nel sei e settecento i termini musicali erano italiani e oggi troviamo partiture tedesche ove è scritto "piano" o "andante", e nessuno si stupisce (addirittura abbiamo avuto "Condole*e*zza" Rice). Non si vede perché noi dovremmo dire "gdl trapanatura" anziché *drilling dof*: sarebbe prima di tutto ridicolo.

CAPITOLO 2

PANORAMICA

2.1 Una similitudine

Alla base dell'astrologia v'è la convinzione di poter prevedere e interpretare i destini di un individuo (o di un gruppo di individui), sulla base del moto relativo di un certo insieme di corpi astronomici come le stelle, i pianeti, ecc. L'intero insieme dei piccoli e grandi fatti della vita sarebbe governato dal moto di una ventina di pianeti, nello spazio.

Figura 2.1 - *Vista parziale dei nodi di una struttura senza la rappresentazione degli elementi: il firmamento dell'analista strutturale*

L'idea è antichissima e durevole: ancora oggi le riviste ammanniscono previsioni, ed una sorta di professionisti dell'interpretazione, gli astrologi, incassano lauti profitti.

Un soggetto ad esempio del Sagittario, sotto l'influsso di Venere e di Marte, potrebbe essere indotto a comportarsi in modo alquanto bizzarro, mentre un successivo ciclico movimento di Mercurio potrebbe portarlo, per un breve periodo, a criticare quanto da se stesso fatto in precedenza, salvo poi, rimessosi Mercurio al solito posto, ben bene inattivato da Venere e da Marte, riprendere le sue bizzarrie. Si dirà che l'astrologia è assolutamente inattendibile, e non si può che concordare.

Non è affar nostro entrare nel merito, se non quanto basta per dire che tra il

Metodo degli Elementi Finiti e l'astrologia vi è un punto di contatto: anche il Metodo pretende di conoscere nel dettaglio una situazione complessa –quanto avviene all'interno di un pezzo di struttura (un singolo *elemento finito*)–, e ciò sulla base del moto relativo di pochi punti appartenenti al pezzo stesso. I punti si chiamano *nodi*, e la predizione avviene –non diversamente che per l'astrologia– sulla base di un arbitrio: l'ipotesi che gli spostamenti di tutti i punti interni all'elemento finito seguano una certa legge matematica (ad esempio che gli spostamenti varino linearmente o parabolicamente). Chiameremo brevemente e confidenzialmente tale assunzione *principio astrologico.*

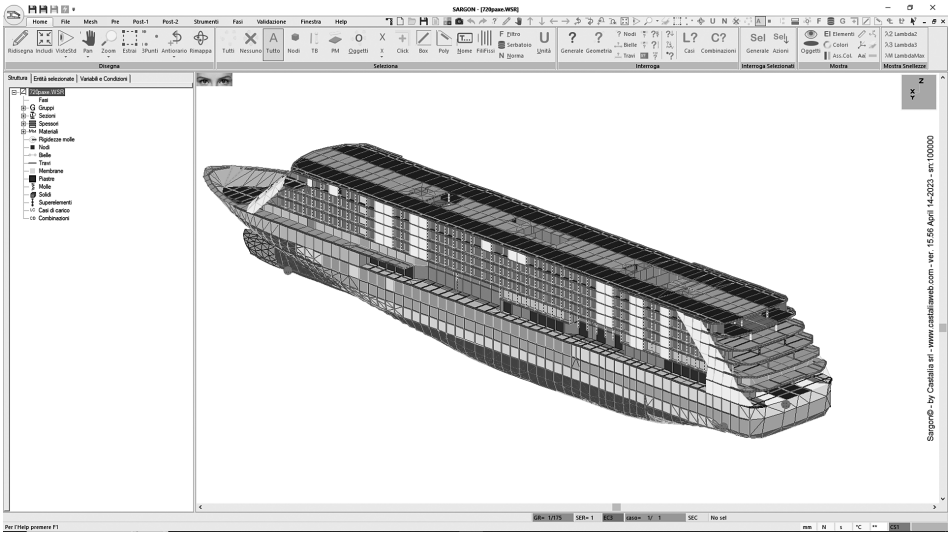


Figura 2.2 - *Modello agli e.f. di nave da crociera (modello SARGON a cura dell'autore)*

A differenza dell'astrologia il Metodo serve per risolvere un sistema di equazioni differenziali di forma conosciuta, ed è quindi possibile valutarne quantitativamente l'efficienza o –se si preferisce– l'esattezza. Così facendo si può vedere che il metodo funziona: si può dimostrare che all'aumentare del numero di elementi (che diventano sempre più piccoli), la soluzione approssimata converge alla soluzione esatta [1].

Come mai, pur partendo da un arbitrio il metodo funziona?

La risposta va cercata nel fatto che gli elementi finiti possono essere resi piccoli quanto si vuole, in modo tale che la risposta "esatta" sia sufficientemente assimilabile, all'interno dell'elemento, al campo di spostamenti la cui forma è stata arbitrariamente ipotizzata. È un po' come rendere un'immagine complessa per mezzo

1. Si potrebbe anche dimostrare che aumentando la complessità delle funzioni interpolanti, a parità di dimensione di elemento, il Metodo converge alla soluzione esatta. Qualcosa di simile avviene con le serie, che trasformano una funzione complessa – come $\sin(x)$ – nella somma di un certo numero di funzioni elementari: $1-x^2/2+\ldots$.

di tanti pixel rettangolari colorati disposti su un reticolo: se i pixel sono sufficientemente numerosi l'immagine verrà ben risolta, sino a far completamente dimenticare il modo in cui è stata ottenuta. Se invece i punti sono insufficienti, l'immagine risulta visibilmente "seghettata", ed è chiaro il modo con il quale è stata ottenuta.

Questo tipo di approccio ricorda molto da vicino l'interpolazione, con in più il vantaggio di poter scegliere i punti ove campionare la funzione incognita. Come vedremo questi punti prendono il nome di *nodi*, e la loro collocazione sulla struttura è effettivamente decisa da noi.

Nel descrivere come il Metodo funzioni e cosa occorra tenere presente per far funzionare un programma di calcolo, procederemo per approssimazioni successive, approfondendo via via i concetti esposti.

Innanzitutto occorre chiarire quali siano le caratteristiche generali del problema che intendiamo risolvere: noi tratteremo problemi di elasticità lineare in ambito statico. Alla analisi modale e alle analisi di time history, risposta in frequenza, risposta all'impulso, spettro di risposta, e quindi alle analisi dinamiche lineari, è dedicato il successivo lavoro *Analisi Modale Ragionata* (Rugarli, 2005, [34]), dello stesso autore. Supporremo inoltre valida l'ipotesi di piccoli spostamenti, che ci consente di scrivere le equazioni di equilibrio rispetto alla configurazione indeformata (in molti casi ciò non è possibile: si pensi ad un cavo teso sotto l'azione del suo peso).

In questi termini il problema si pone così: *dato un corpo od un insieme di corpi variamente vincolati, soggetti ad un insieme di azioni applicate quasi staticamente, e realizzati con materiali soddisfacenti la teoria dell'elasticità lineare, supponendo che gli spostamenti del sistema siano talmente piccoli da consentire di scrivere le equazioni di equilibrio rispetto alla configurazione indeformata, qual è la risposta del sistema all'applicazione delle azioni, in termini di spostamenti, sforzi e deformazioni?*

Complementare rispetto al precedente, e non meno importante, è il quesito successivo: *la struttura è in grado oppure no di sopportare gli spostamenti, gli sforzi e le deformazioni conseguenti all'applicazione delle azioni*?

Una prima domanda sorge spontanea: cosa bisogna fare per descrivere correttamente il problema da risolvere? Quali sono poi i successivi passi da compiere per risolvere il problema?

Sintetizzando in modo brutale possiamo dire così.

Il Metodo consiste nel dividere in pezzi la struttura, postulando contestualmente di saper descrivere mediante regole semplificate gli spostamenti gli sforzi e le deformazioni all'interno di ciascun pezzo (che diventa così un *elemento finito*). Per poter essere applicate, tali regole richiedono esclusivamente la conoscenza degli spostamenti di pochi punti appartenenti all'elemento *(i nodi)*. I carichi applicati alla struttura vengono poi trasformati in forze e coppie agenti sui nodi. Ciò fatto s'impone l'equilibrio di tutti i nodi della struttura (o –ciò che è lo stesso– si impone che l'energia potenziale totale sia stazionaria nella configurazione cercata, vedremo meglio più avanti cosa questo davvero significhi).

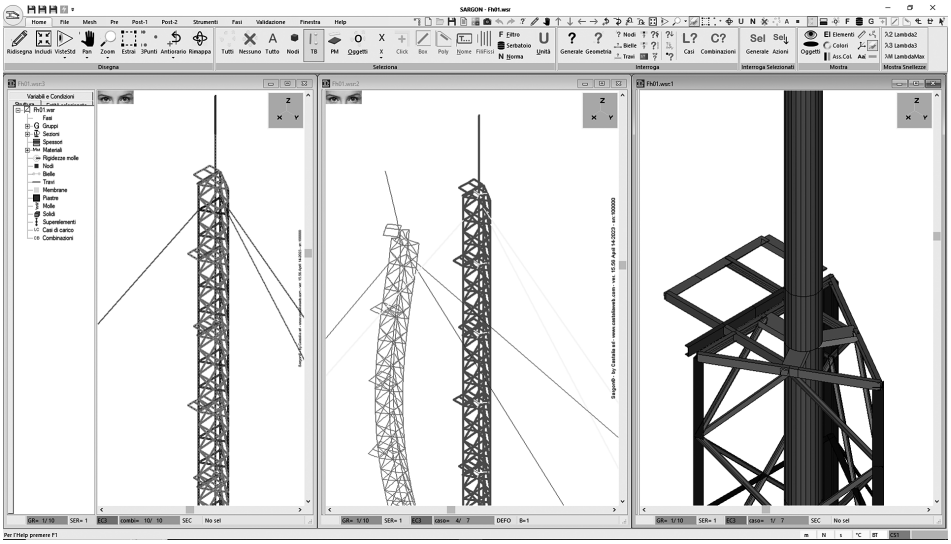


Figura 2.3 - *Rappresentazione unifilare, deformata e vista solida di una struttura strallata (modello agli elementi finiti fatto con SARGON, si ringrazia e ricorda l'Ing. Paolo Gustin, Milano)*

Tenuto conto che:

1) le forze esterne applicate ai nodi sono equilibrate dalle reazioni degli elementi distorti sui nodi;
2) le reazioni di ogni elemento sui propri nodi dipendono dallo spostamento relativo dei nodi stessi dell'elemento: esse sono valutate sulla base delle regole semplificate tipiche dell'elemento finito in esame (*principio astrologico*);

tenuto conto di ciò, per soddisfare l'equilibrio di tutti nodi è necessario risolvere un sistema che ha come termine noto il vettore delle forze e coppie applicate ai nodi (**p**), e come vettore incognito l'insieme delle traslazioni e delle rotazioni dei nodi (**u**). La matrice dei coefficienti di questo sistema (**K**) prende il nome di *matrice di rigidezza globale*.

$$\mathbf{Ku} = \mathbf{p}$$

Risolto il sistema, e noti quindi gli spostamenti dei nodi di ogni elemento, sulla base delle regole semplificate tipiche dell'elemento in esame è noto quanto avviene all'interno dell'elemento stesso, e ciò in termini di spostamenti, deformazioni e sforzi. Non resta che memorizzare questi risultati su file opportuni, per tutti gli elementi di cui è composta la struttura.

♣

In quanto precede è fondamentale capire il fatto che spostando un nodo qualsiasi si comunicano delle (re)azioni anche a nodi molto distanti, purché questi siano uniti al nodo-origine tramite degli elementi. Immaginate di essere sull'ulti-

mo vagone di un treno: vi sarà capitato di essere brutalmente sballottati verso il vostro incolpevole vicino in modo del tutto imprevedibile. In effetti sull'ultimo vagone si sono scaricate le reazioni di tutti i vagoni precedenti, reazioni dovute al fatto che il locomotore, duecento metri più avanti, si è mosso.

Ciò che è stato qui detto in estrema sintesi richiede di essere approfondito. Per farlo esaminiamo uno per uno i passi necessari per arrivare dall'inizio alla fine.

2.2 Le principali tappe

Volendo descrivere per sommi capi quanto avviene in un normale programma ad elementi finiti, torna utile fare le seguenti due ipotesi:

a) il problema sia descrivibile mediante un unico insieme di equazioni (sia cioè un problema di piastra, di lastra, un problema solido, ecc.);

b) si usi un unico tipo di elemento finito.

Vedremo nel seguito come questo schema possa essere generalizzato per trattare i casi in cui le due ipotesi precedenti non sono valide.

Ciò detto le tappe fondamentali sono:

1) **Scelta del modello matematico più adatto per il problema in esame.**

2) **Scelta del tipo di elemento finito più adatto per il problema in esame.**

3) ***Suddivisione della struttura in elementi finiti (meshing).***

4) **Attribuzione delle caratteristiche di geometria e di materiale agli elementi finiti.**

5) **Attribuzione dei vincoli.**

6) **Descrizione dei carichi per ogni caso di carico. Definizione delle combinazioni.**

7) Rinumerazione dei nodi e formazione dei vettori.

8) Assemblaggio.

9) Soluzione.

10) *Stress recovery.*

11) Output e **interpretazione dei risultati.**

Ciascuna di queste tappe è fondamentale ed ineludibile: le tappe in grassetto sono compiute dall'analista, le altre sono invece eseguite automaticamente dal computer. La tappa 3) è in corsivo per ricordare che, oggi, è in parte compiuta in modo automatico dai programmi, seguendo comunque regole stabilite dall'analista.

La necessità di far compiere all'analista i passi 1)-6) e 11) rende il Metodo ancora poco dominato. Infatti, in ognuna di tali fasi è possibile introdurre errori che si traducono in output inaffidabili o nell'impossibilità di risolvere il problema.

2.2.1 Scelta del modello matematico

Ogni problema di elasticità è a rigore un problema tridimensionale, e le equazioni che si applicano sono quelle generali della teoria dell'elasticità. Tuttavia, in moltissimi casi il problema si pone in modo tale da consentire l'uso di una delle numerose trattazioni approssimate o particolarizzate descritte in teoria, consentendo numerose semplificazioni. Possiamo elencare brevemente le teorie che vengono più frequentemente impiegate:

- **teoria tecnica della trave;**
- **stato piano di sforzo;**
- **stato piano di deformazione;**
- **assialsimmetria;**
- **teoria della piastra sottile (Germain-Kirchhoff);**
- **teoria della piastra spessa (Mindlin-Reissner).**

La scelta di una delle formulazioni precedenti porta inevitabilmente con sè delle approssimazioni, che è compito dell'analista valutare correttamente. Ad esempio, una lamiera potrà probabilmente trovarsi in una situazione molto vicina a quella di piastra sottile, mentre difficilmente ciò sarà vero per un plinto di fondazione. Saper dominare gli effetti di una scelta di formulazione rientra nei compiti del bravo analista.

Gli errori dovuti ad una formulazione inadatta restano immutati al variare della discretizzazione, e, in generale, non dipendono dal tipo di elemento finito prescelto. Per quanti elementi si siano usati nel suddividere il plinto, se l'elemento piastra non è quello adatto la risposta calcolata sarà solo pallidamente vicina a quella "esatta". Questa cosa sfugge a molti utenti inesperti, che, ad esempio, pretendono di studiare un problema di contatto con elementi *beam* lunghi un micrometro.

Il motivo per cui non si usano sempre gli elementi più generali, ovvero gli elementi che suddividono il solido in piccoli solidi (elementi *brick*), è duplice: per un verso ciò dipende dalla maggior quantità di calcoli che si dovrebbe fare e dal maggior volume di dati che si dovrebbe trattare; per un altro verso ciò dipende dal fatto che la risposta si presenterebbe naturalmente più complicata e "sparpagliata", anche allorché della risposta fosse interessante la parte coerente e organizzata: si pensi ad una capriata, nessuno farebbe un modello solido per valutare le azioni assiali.

Sebbene quanto detto possa sembrare scontato, si tenga presente che, come accennato, molti errori di modellazione derivano da un uso improprio delle formulazioni precedentemente elencate. Al quesito "bisogna usare una lastra o una piastra?" non tutti gli utenti del metodo degli elementi finiti sanno immediatamente dare una risposta. Anzi, veramente molti nemmeno sanno la differenza tra lastra e piastra.

Nel capitolo 3 si trova un riepilogo delle formulazioni precedentemente elencate, con qualche utile osservazione a riguardo.

2.2.2 Scelta del tipo di elemento finito

Una volta fissato l'inquadramento teorico del problema, e pertanto le equazioni che si intende risolvere, è necessario scegliere il tipo di elemento finito con il quale eseguire l'analisi.

I programmi più diffusi lasciano poca libertà nella scelta degli elementi finiti: essi normalmente propongono uno o al più due tipi di elemento, e l'utente deve scegliere. Programmi più evoluti (ma anche più costosi e più difficili da usare) lasciano invece una piena libertà di scelta all'interno di una varietà ampia di possibilità.

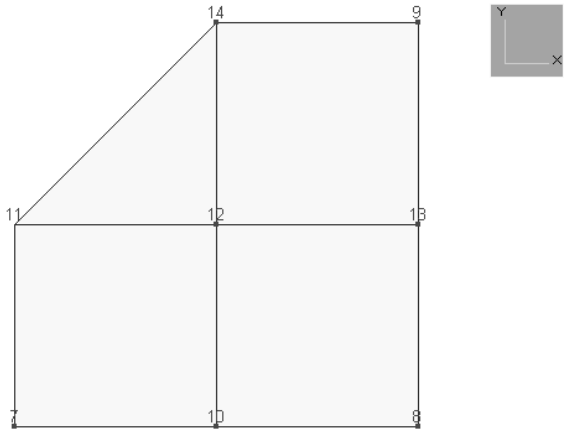


Figura 2.4 - *Elementi quadrangolari a 4 nodi e triangolare a 3 nodi*

Per la teoria tecnica della trave la scelta va o sull'elemento biella (*truss*), che della trave modella il solo comportamento assiale, o sul più generale elemento trave (*beam*), con sei componenti di sollecitazione. Sebbene questi elementi siano ben diversi e di uso abbastanza intuitivo, si constata che tra i professionisti non esperti che devono usare il Metodo v'è una certa confusione. Più avanti verrà chiarito l'insieme delle differenze tra questi due elementi. Per ora occorre solo rilevare che – in modo affine alla scelta della formulazione –, la scelta di un elemento finito sbagliato o inadatto porta a conseguenze irreparabili: il modello può essere labile o, peggio, intere parti della risposta possono perdersi, facendo calcolare una risposta assai discosta da quella esatta. Estremizzando si pensi, ad esempio, ad una trave Vierendeel schematizzata con le briglie fatte da elementi trave, e le aste di parete modellate con elementi biella: l'intero tipico regime di sollecitazione di una trave siffatta (legato alla inflessione dei montanti) andrebbe perso.

La scelta del corretto elemento finito riguarda anche i problemi piani o quelli di piastra. In quest'ultimo caso, in particolare, la presenza di numerosi tipi di elemento rende il compito particolarmente delicato. Per gli stati piani la scelta più classica è tra elementi a tre nodi *(constant strain)* ed elementi a quattro nodi *(linear strain)*. Se il problema è puro, si usano anche elementi a otto o nove nodi.

In un problema reale si possono usare tipi diversi di elemento per zone diverse del modello. Anzi, il bravo analista sfrutta tale possibilità a proprio piacimento, al fine di ottimizzare la modellazione. Nel capitolo 11 *(vedi pag. 279)* si parlerà degli elementi più usati.

2.2.3 Meshing

Una volta scelta la formulazione ed il tipo di elemento finito, è necessario dividere la struttura in parti o *elementi finiti*. La suddivisione (o con termine inglese diffusissimo la *mesh*) non può essere fatta a caso ma deve seguire un certo insieme di regole.

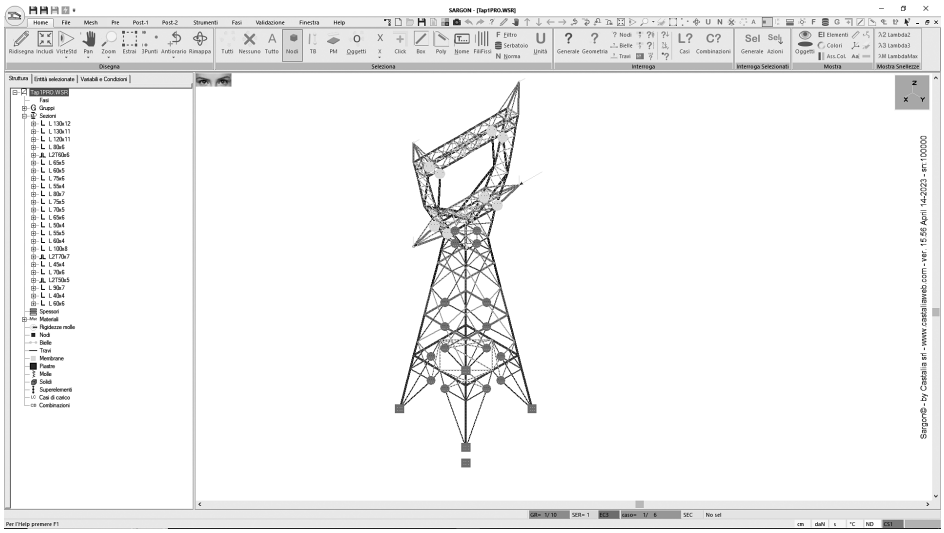


Figura 2.5 - *La mesh di un traliccio per linea elettrica (modello SARGON fatto da Ing. Verrillo, si ringrazia la Colombo spa)*

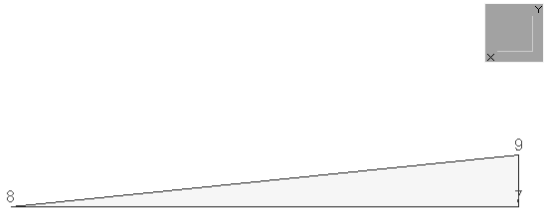


Figura 2.6 - *Elemento triangolare eccessivamente distorto*

La prima regola dipende dal fatto che i singoli elementi finiti devono avere una forma compatibile con il loro tipo. Per esempio, usando ordinari elementi trave non è possibile schematizzare un arco usando elementi curvi: gli elementi devono essere di forma rettilinea.

Oltre a non avere una forma diversa da quella possibile, gli elementi finiti non

devono essere troppo distorti o presentare, al loro interno, delle singolarità. Ad esempio, un elemento triangolare con angoli pari a 89.5 89.5 e 1 grado è inefficiente perché troppo distorto.

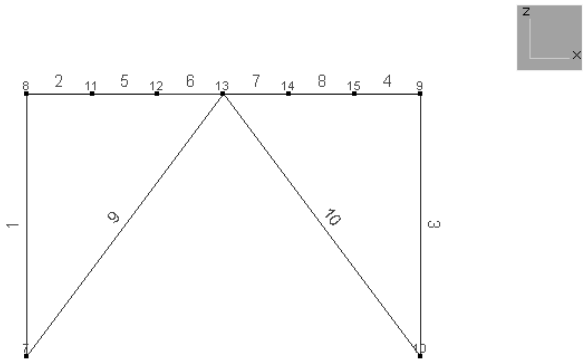


Figura 2.7 - *Numerazione di nodi ed elementi*

Ogni nodo esistente in un modello viene individuato dal numero progressivo ad esso attribuito. L'insieme dei nodi esistenti in un modello e delle loro coordinate rispetto al sistema di riferimento assunto prende il nome di *tabella delle coordinate*.

Non possono esistere due nodi con lo stesso numero progressivo.

Possono esistere due nodi diversi nello stesso punto dello spazio, in tal caso si parla di *nodi doppi*.

Gli elementi finiti possono essere monodimensionali, bidimensionali o tridimensionali. Certi elementi finiti sono puntiformi (0 dimensionali), ma di questi per ora non parleremo.

Ogni elemento monodimensionale è definito da un certo numero di nodi e da un tipo. Noto il tipo è noto come connettere i nodi in modo da descrivere la geometria dell'elemento. Gli elementi rettilinei (i più usati) hanno generalmente un asse definito da due nodi. La forma dell'elemento è pertanto definita da due nodi.

Gli elementi bidimensionali (come le piastre o le membrane), sono definiti da un certo numero di lati consecutivi. Su ogni lato, oltre ai due estremi, è definito un certo numero di punti notevoli, che prendono il nome di nodi intermedi. A ben vedere, noto il tipo di elemento e noti i nodi del lato, questo è univocamente definito, pertanto noto il tipo dell'elemento, la sua geometria è univocamente definita dai suoi nodi.

Gli elementi tridimensionali sono definiti da un certo numero di facce, delimitate da lati, definiti da nodi. Ogni faccia ha in comune con un'altra faccia un lato, definito da due o più nodi. Noto il tipo di elemento i lati definiscono univocamente ogni faccia, e quindi, in definitiva, si può dire che la forma di ogni elemento di cui sia noto il tipo è univocamente determinata una volta noti i nodi dell'elemento.

Pertanto in generale dato un tipo di elemento (trave, biella, membrana, ecc.) *la sua forma è univocamente definita dai suoi nodi e dal loro ordinamento*.

La tabella che per ogni elemento di un certo tipo specifica quali siano ordinatamente i suoi nodi, prende il nome di *tabella delle incidenze*.

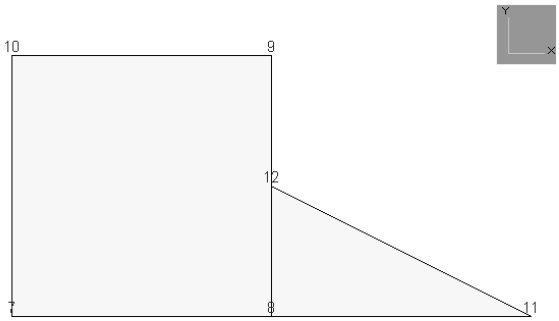


Figura 2.8 - *Esempio di connessione errata tra due elementi: i due lati sono parzialmente connessi*

Due elementi si dicono *connessi* se hanno in comune almeno un nodo. La connessione però può essere incompleta o mal realizzata, in certi casi.

Un lato di un elemento piano o tridimensionale si dice *connesso* con il lato di un altro elemento piano o tridimensionale dello stesso tipo (2), se tutti e soli i nodi del lato del primo elemento sono gli stessi nodi (3) del lato del secondo elemento. Se solo una parte dei nodi è identica il lato si dirà *parzialmente connesso* o, equivalentemente, *parzialmente sconnesso*. Se due lati non hanno in comune alcun nodo essi si diranno *sconnessi*.

Una faccia di un elemento tridimensionale si dice *connessa* con la faccia di un altro elemento tridimensionale, se tutti i nodi della faccia del primo elemento sono tutti e soli i nodi della faccia del secondo elemento. Se solo una parte dei nodi è identica la faccia si dirà *parzialmente connessa* o, equivalentemente, *parzialmente sconnessa*. Se due facce non hanno in comune alcun nodo esse si diranno *sconnesse*.

Per quanto detto precedentemente, elementi che abbiano lati con numero di nodi differente possono essere solo parzialmente connessi, e, allo stesso modo, elementi che abbiano facce con numero di nodi differente possono essere solo parzialmente connessi.

Se due elementi sono parzialmente connessi essi, generalmente, violano la congruenza. Le connessioni parziali vanno pertanto evitate, a meno che non si vogliano simulare fessure, giunti di costruzione o, in generale, situazioni nelle quali vi siano delle discontinuità.

Quando un nodo di un elemento giace sul contorno di un altro elemento senza avere con esso in quel punto una connessione i due elementi si dicono *semplice-*

2. La connessione tra elementi di tipo diverso verrà studiata in un successivo capitolo.
3. Si noti che non si è detto che i nodi devono essere coincidenti: due nodi possono infatti essere coincidenti ma diversi, avere cioè numeri progressivi differenti. In tal caso i nodi si dicono nodi doppi: vedremo in seguito come i nodi doppi possano costituire un grave problema quando non sono voluti.

mente affacciati. Gli elementi semplicemente affacciati non sono connessi, e pertanto violano la congruenza.

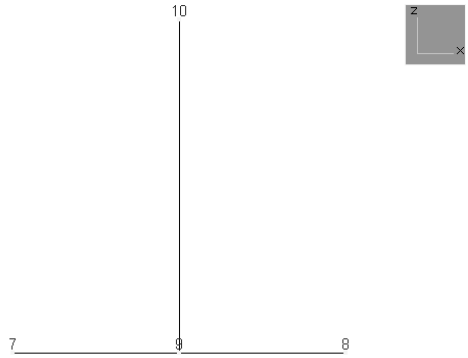


Figura 2.9 - *Elementi affacciati. Si noti che in assenza della numerazione degli elementi è impossibile capire se gli elementi siano o meno connessi*

Da quanto si è brevemente visto una mesh non è un disegno, bensì un insieme di relazioni tra nodi ed elementi soddisfacenti requisiti di congruenza.

La suddivisione della struttura in elementi finiti è uno dei punti più delicati dell'intero procedimento, in quanto oltre a soddisfare tutti i requisiti di regolarità che una *mesh* deve soddisfare, gli elementi devono essere sufficientemente piccoli là dove il gradiente degli spostamenti o degli sforzi è maggiore (ciò è un po' come diminuire i tempi di apertura dell'otturatore per fotografare soggetti in rapido movimento).

A priori non è possibile dire con certezza se una *mesh* sia sufficientemente fitta oppure no. Per decidere se la discretizzazione sia sufficiente si usa spesso costruire una nuova *mesh*, che contenga tutti i nodi della *mesh* originaria più un insieme di nuovi nodi, in modo da confrontare i risultati ottenuti con le due *mesh*: quella più rada e quella più fitta. Se la variazione dei risultati è ovunque modesta si può ritenere di aver ottenuto risultati accettabili, viceversa è necessaria una terza *mesh*, più fitta della seconda, e così via sino ad ottenere la precisione cercata (*remeshing*). Attualmente, alcuni programmi sono in grado di eseguire il remeshing in modo completamente automatico, in quanto memorizzano la geometria del problema sotto forma di primitive grafiche, non solo sotto forma di nodi ed elementi (*solid modeling*). Diversamente il *remeshing* può richiedere un lento lavoro di rimodellazione.

La suddivisione della struttura in elementi ha comunque come risultato un insieme di nodi con la tabella delle coordinate, ed un insieme di elementi con la tabella delle incidenze. Queste due tabelle, scritte in vario modo, costituiscono la maggior parte del file di *input* di un qualunque programma agli elementi finiti.

2.2.4 Attribuzione delle proprietà

Una volta definita la forma degli elementi finiti occorre stabilire le caratteristiche di geometria e di materiale di ogni singolo elemento. Per "caratteristiche di geometria" si intende il fatto che per alcuni elementi finiti (la maggior parte), non basta specificare la forma per sapere con precisione quale sia la parte di materia che l'elemento simula. In molti casi occorre fornire dei dati aggiuntivi, come lo spessore degli elementi piastra-guscio o membrana, le aree o i momenti di inerzia per gli elementi trave, e così via. Si noti che nello specificare tali caratteristiche occorre non tanto simulare la realtà fisica, quanto tarare correttamente il comportamento di un elemento. Ad esempio, per una piastra dotata di irrigidimenti, lo spessore, che pure occorre fornire se si usa un elemento piastra, ha solo un valore numerico: non è il vero spessore della piastra reale, che non è definito. Anche per questo motivo l'input dei dati relativi a spessori, momenti di inerzia, aree di taglio non è sempre agevole.

Un secondo elemento di difficoltà è legato alla possibilità di fare errori (anche solo di calcolo o di battitura). I programmi più recenti sono dotati di archivi che consentono di attribuire le caratteristiche degli elementi richiamandole da file opportuni. I programmi degli anni '70, invece, richiedendo di scrivere un file formattato di input potevano creare qualche problema. Gli errori di ingresso dei dati restano comunque una delle cause più frequenti di erroneità dei modelli agli elementi finiti.

Oltre alle caratteristiche geometriche, vanno attribuite le caratteristiche di materiale. In generale infatti, ogni elemento finito potrebbe avere un proprio materiale. Più spesso vi sono gruppi di elementi con materiale identico, i quali simulano parti diverse della struttura (si pensi, ad esempio, ad una struttura mista acciaio-calcestruzzo). Per questo motivo, generalmente, le caratteristiche di materiale sono definite per un *gruppo* di elementi di tipo affine.

La definizione del materiale nell'ambito del Metodo, e dei programmi di calcolo che usano il Metodo, non è, come si potrebbe credere, simile alla definizione teorica del materiale (isotropo anisotropo, ortotropo con tutte le costanti del caso): essa ha un senso convenzionale, dovuto al fatto che per definizione certi elementi finiti hanno senso per particolari tipi di materiale, del quale comunque utilizzano pochi parametri, non tutti.

Ad esempio, un elemento biella utilizza il solo modulo di elasticità di Young relativo alla direzione definita dall'asse della biella. In questo caso l'eventuale anisotropia del materiale non rileva, in quanto del materiale interessa il solo comportamento lungo l'asse della biella stessa. Inoltre, non occorre specificare né il coefficiente di Poisson né il modulo di elasticità tangenziale, che non entrano nella formulazione dell'elemento. Può invece essere utile, per valutare il peso dell'elemento o la sua massa, la densità di peso del materiale, che infatti viene generalmente richiesta.

Nel caso dell'elemento piastra ordinario, invece, si fa implicitamente l'ipotesi che il materiale sia omogeneo ed isotropo, e ciò anche se sarebbe piuttosto semplice trattare un elemento con materiale ad esempio ortotropo. Semplicemente, l'elemento è progettato in questo modo.

I programmi, in generale, non esauriscono l'insieme delle possibili scelte: ne forniscono alcune, spesso le più note o le più utili. Si tenga anche presente che un corretto impiego delle costanti di materiale e di quelle geometriche consente spesso di modellare situazioni apparentemente non modellabili. Ad esempio, un elemento rigido può essere simulato imponendo delle costanti di rigidezza del materiale molto elevate.

Per quanto detto appare evidente che la fase di attribuzione di materiali e geometria agli elementi è una fase molto delicata, che può richiedere sottigliezza, o addirittura veri e propri *trucchi*, volti ad ottenere modellazioni significative: è pertanto della massima importanza capire bene non solo come funziona ogni singolo elemento finito, ma anche come è stato implementato nel programma di cui si dispone. Qui basterà ripetere che tali caratteristiche non vogliono essere realistiche se non in modo indiretto, consentendoci di tarare il comportamento degli elementi a nostro piacimento. Il loro scopo è *modellare*, non fotografare. Esse vanno quindi talvolta intese più come i pulsanti necessari a teleguidare un aeroplanino che come puntuali riferimenti alla teoria.

2.2.5 Attribuzione dei vincoli

Definiti completamente gli elementi finiti, occorre specificare quali siano i vincoli a cui è soggetta la struttura. I vincoli nella realtà fisica possono riguardare punti, segmenti o superfici. Nell'ambito del Metodo i vincoli riguardano sempre solamente i nodi. Ciò non significa che le situazioni reali più generali non possano essere modellate: vuol dire semplicemente che per farlo nell'ambito del Metodo occorrerà vincolare un certo numero di nodi. In alcuni casi, come si vedrà meglio in seguito, per modellare compiutamente certe situazioni di vincolo occorre aggiungere elementi oltre a vincolare nodi, tuttavia il concetto di *vincolo* viene direttamente applicato solo ai nodi.

I vincoli dei nodi possono riguardare uno o più dei possibili movimenti del nodo. In generale un nodo ha sei gradi di libertà, vale a dire sei diverse possibilità di movimento [4]: vincolandolo le sue possibilità di movimento possono scendere a cinque, quattro..., fino ad annullarsi del tutto. I sei gradi di libertà tipici di un nodo sono: le tre traslazioni secondo le direzioni x, y, z del sistema di riferimento globale; le tre rotazioni attorno ad assi diretti come x, y, z. Vincolare una di queste componenti significa porla eguale a zero [5].

4. In alcuni casi i nodi hanno in partenza un numero di gradi di libertà inferiore a sei. Si tratta di casi in cui si studia un problema di tipo tale da non richiedere tutti e sei i gradi di libertà. Ad esempio, se si studia una struttura reticolare piana usando elementi biella ogni nodo ha al massimo due gradi di libertà. Se si studia una piastra piana, ogni nodo ha al più cinque gradi di libertà, e così via. In questi casi i vincoli limiteranno ulteriormente le possibilità di movimento dei nodi.
5. Si usa il termine "vincolo" anche per indicare delle riduzioni della possibilità di movimento del nodo. Per esempio un nodo connesso ad una molla verrebbe, in questa accezione del termine, vincolato. Qui il termine "vincolo" intende proprio l'annullamento di una delle componenti di spostamento generalizzato.

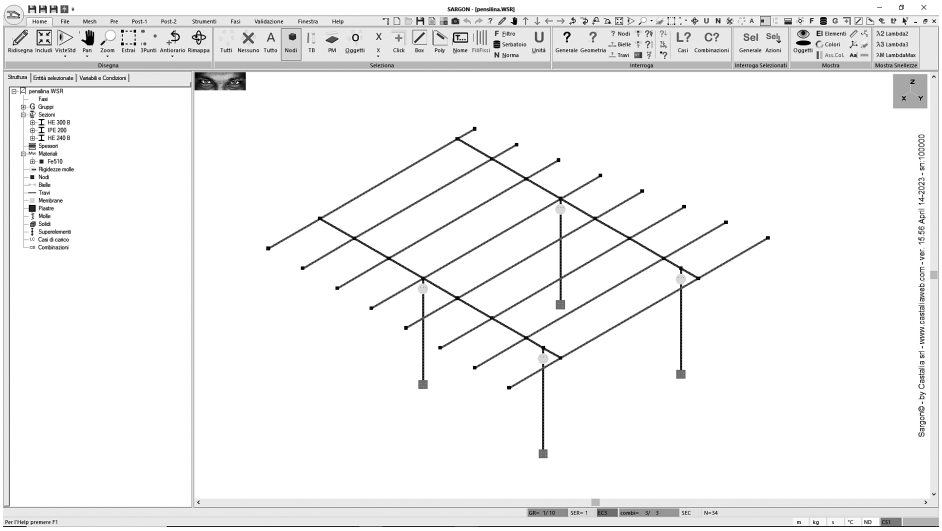


Figura 2.10 - *Telaio spaziale (SARGON). I quadratini alla base (grandi) indicano vincoli, i cerchi in sommità (piccoli) indicano svincoli. I quadratini indicano la presenza di un nodo*

Il numero dei vincoli posti sui nodi della struttura influenza direttamente, come vedremo, la dimensione del problema matematico da risolvere. Se tutti i nodi fossero vincolati non esisterebbe alcun problema da risolvere (e neanche, in generale, sforzi o deformazioni *sul modello*). Il problema matematico in questione è un sistema di equazioni lineare, avente un numero di incognite pari al numero di gradi di libertà dei nodi, vale a dire la somma di tutti i gradi di libertà di tutti i nodi della struttura. Ogni componente di spostamento vincolata implica, come vedremo, un'equazione in meno.

Se i vincoli sono insufficienti oppure mal posti il problema può diventare irrisolvibile o inutile. Esso diventa irrisolvibile allorché siano presenti delle *labilità*, vale a dire delle zone della struttura che si possono muovere senza che insorgano sforzi; diventa invece inutile da risolvere allorché i vincoli siano stati messi in modo tale da travisare il comportamento strutturale, rendendo il modello inadeguato. Entrambi i casi si verificano –purtroppo– frequentemente. Più temibile appare il secondo, perché in tal caso si possono ottenere risultati assurdi senza accorgersene [6].

2.2.6 Descrizione dei carichi

I *carichi* o più in generale le *azioni* presenti su una struttura sono generalmente raggruppate in *casi di carico*, intendendosi che tutte le azioni associate ad un caso

6. Va da sé che il buon analista si dovrebbe sempre accorgere, analizzando i risultati, che "qualcosa non va". Purtroppo si constata che i risultati non sempre vengono analizzati...

di carico agiscono contemporaneamente. La risposta della struttura sarà dunque, in ossequio al principio di sovrapposizione degli effetti, la somma delle risposte della stessa struttura alle singole azioni. Quanto detto implica che se si vuol tenere distinte le risposte dovute a cause diverse, queste vanno messe in casi di carico differenti.

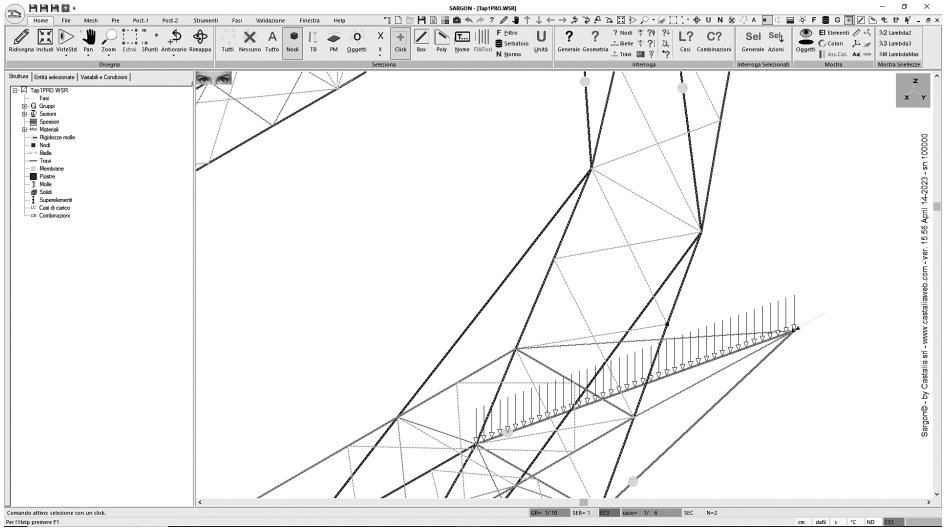


Figura 2.11 - *Vari tipi di azione applicati a elementi e nodi*

Le azioni possono essere di vario tipo: esse possono essere forze o coppie applicate direttamente a punti della struttura ove sono presenti nodi (*forze nodali*), oppure possono essere forze o coppie applicate a punti interni agli elementi finiti, o posti sul loro contorno, comunque in assenza di un corrispondente nodo: si parla in tal caso di *carichi distribuiti*. Sono altresì distribuiti i carichi di pressione applicati agli elementi (ad esempio un carico uniforme sull'asse di un elemento trave). Un particolare tipo di azione è il carico termico, che può in generale essere nodale o distribuito. Infine, sono azioni anche gli spostamenti imposti (ad esempio i cedimenti vincolari). Spostamenti imposti e carichi termici sono detti *coazioni*.

Come sarà chiarito in seguito tutte le azioni devono essere tradotte, attraverso un opportuno procedimento, in forze o coppie nodali, ad eccezione degli spostamenti imposti: lo spostamento anziché essere posto eguale a zero viene posto eguale al valore assegnato [7].

Ad ogni caso di carico viene fatto corrispondere un *vettore delle forze nodali*, che riepiloga gli effetti complessivi delle azioni sui nodi (anche se le azioni sono distribuite). Tale vettore è il termine noto del sistema di equazioni che risolve la

7. Per la verità molto spesso anche gli spostamenti imposti si trasformano in forze o coppie applicate.

struttura per quel dato caso di carico, ed a esso corrisponde un vettore soluzione che contiene gli spostamenti di tutti i nodi. Ad ogni caso di carico corrisponde pertanto un vettore soluzione diverso. In generale se sono stati definiti *n* casi di carico occorre risolvere *n* sistemi lineari, aventi tutti la stessa matrice dei coefficienti e diversi vettori a termine noto: i vettori delle forze nodali corrispondenti al caso di carico in esame.

Sebbene la definizione delle combinazioni di carico non sia a stretto rigore parte del Metodo, è opportuno farvi cenno poiché si tratta di uno snodo fondamentale, almeno per le verifiche di strutture in ambito civile.

Come messo in evidenza in un lavoro del 2004 (Rugarli, 2004 [35]), la definizione delle combinazioni di carico prescritte dalle normative (Eurocodici e successive riduzioni NTC) può dare luogo a migliaia di diverse combinazioni e alla sostanziale impossibilità di un reale controllo da parte dell'analista.

La definizione di un numero di combinazioni così alto, dipende dal fatto che si cerca di considerare la ridotta probabilità che più azioni si presentino contemporaneamente a quella presa come riferimento, con anche loro il loro valore massimo. L'effetto è che si hanno combinazioni per le quali è impossibile dire a priori quale sia la peggiore, e che quindi vanno provate tutte.

Non è infrequente avere svariate centinaia di combinazioni ed anche alcune migliaia nei casi più disgraziati.

Analisi non lineari, in questi casi, si possono fare solo tornando ai vecchi sistemi: poche combinazioni che magari, in campo lineare, siano quelle con i peggiori sfruttamenti.

Quanto qui preme sottolineare è che l'uso delle combinazioni si può fare solo:

- se vale la ipotesi di piccoli spostamenti, scrivendo le equazioni di equilibrio rispetto alla configurazione indeformata;
- se si trascura la non linearità geometrica (pur in piccoli spostamenti);
- se il materiale, dovunque non solo è elastico e simmetrico, ma anche lineare;
- se non esistono elementi reagenti solo a trazione o solo a compressione.

In caso contrario, i numeri ottenuti sono privi di alcuna base.

SARGON come altri programmi dispone di algoritmi capaci di generare da soli le combinazioni necessarie, per gli stati limite:

- Ultimi (SLV).
- Di esercizio (SLE).
- Sismici (SLD, SLO, SLV, SLC).

In presenza di molte centinaia di combinazioni è necessario procedere ad alcune verifiche a campione per sincerarsi che le combinazioni dominanti abbiano un senso fisico compiuto. Piccole distrazioni possono portare, ad esempio, a neve in presenza di riscaldamento o a vento X e Y agenti contemporaneamente senza riduzioni (Vento XY non è in generale Vento X + Vento Y).

Pagine omesse dall’anteprima del volume

INDICE ANALITICO

A

Accuratezza 245
Adaptive refinement 244
Airy, ***funzioni di*** 81
Ampiezza di banda 222
media, massima 222, 223
minimizzazione 227
spiegazione della 225
Ampiezza di semibanda 227
Analisi modale 197, 200, 354
con shift 196
Analisi non lineari 40
Analisi statica equivalente 179
Antisimmetria 203, 253
Approccio
ad oggetti 259
consistent 164, 166, 168, 169, 181
energetico 43
lumped 166, 169, 181, 378
pittorico 339, 342
statico 42
Approggio energetico 42
Approssimazioni 30, 98
Architrave 368
Aree di taglio 79, 275, 284
Arrotondamento, ***errori di*** 245, 248
Asse di simmetria 56
Assemblaggio 29, 42, 43, 44,
..... 149, 151, 158, 225, 333
elementi eterogenei 157
esempio 148
in pratica 151
Assi principali 56, 284
Assialsimmetria 93, 94, 270
Aste di parete 349, 350, 352
Atti di moto rigidi 354
Atto di Dio 261
Azione assiale 58, 281
Azioni 42
termiche 179

B

Backward solving 215, 217
Baricentro 55
Betti, ***teorema di*** 154, 268
Biella 31, 105, 155, 158,
.....273, 279, 349, 356, 363
Biella-Trave 382
Blocchi
divisione in 224
partizione in 228
Blocchi motore 273
Bredt, ***formula di*** 76
Briglie 348, 349, 350, 352, 364
Bubble function 323
Bug 257
nel software 395

C

C# 259
C++ 259
Campi di sforzo 255
Campionatura degli eventi infausti 261
Campo di spostamenti 57, 65, 184, 255
Campo interpolante 233
Capriate 275, 348, 352, 365
Carichi 27, 29, 38, 254, 255, 360
concentrati 162, 369
distribuiti 39, 116, 161, 163, 171, 360

effetti locali 169
permanenti 175, 181
termici 161, 178, 179
Carrello 346, 348
Caso di carico 38, 174, 175
Cedimento 181, 189
Cerniera 296, 346, 348, 358, 364
passante 357
completa 357
Certificazione 260
Check list 255
Checksolvers 263, 438
Cholesky, *metodo di* 217
Cifre significative 248
Cilindri 270
Coazioni 39
Coerenza 255
Colonna passante 357
Combinazioni 29, 175, 255
di carico 40, 175, 177
lineare 176
Compatibilità 81, 121, 122,
..... 23, 241, 322, 326
Completezza 241, 326
Computed value 264
Conci 283
Condensazione statica 112, 297, 320
Condizioni al contorno 183
Condotti 84, 270
Congruenza 34, 60, 91, 94,
..... 99, 110, 112, 113, 114, 121,
.....122, 129, 255, 287, 341, 405
Connessione 34, 104, 125, 380
biella-biella 380
classificazione della 125, 129
cuspidale 127
eterogenee 382
membrana-membrana 381
mista 357, 374, 382
omogenee 380
piastra-piastra 382
trave-trave 356, 380
Consistent
approccio 169
classificazione 164
Contrazione trasversale 409
Controlli ingegneristici 259
Controllo dei risultati 46
Controvento 358, 359
Convergenza 26, 218, 240, 243, 255,
..... 309, 318, 321, 327, 376
monotona 123, 241
non monotona 328
sugli sforzi 243
sugli spostamenti 243
Coordinate, *tabella delle* 33, 101
Coppie nodali 161
Coppie reattive 365
Costanti di materiali, *tabella* 410
Costituzione 114, 408
Crimini variazionali 317
Criptoerrori 239
Criterio energetico 165
Cross check 260
CST, Constant Strain Triangle 308,
.....311, 312
Curvatura 66
Cuspidi 287

D

d'Alembert, forza di 180
De Saint Venant
casi di 56
principio di 63
Deformabilità
a taglio 271
tagliante 283
Deformata 46, 169, 254, 349, 353, 361
fittizia 196
locale 171
Deformazione 405, 406
anelastica 178
energia di .50, 78, 115, 154, 155, 183, 184
generalizzata 59, 88, 91
tagliante, energia di 78, 89
Deframmentazione dell'hard disk 231
Derivata parziale 403
Diagonali di controvento 357, 358
sfalsamento dei 353
Dighe 84

Pagine omesse dall’anteprima del volume

diagonali

Collana di testi di Ingegneria e non necessariamente solo di Ingegneria

L'*ingegneria* non consiste nella applicazione formale di regole rigide o nella pedissequa applicazione di formule complicate e illusoriamente precise, ma nella libera ideazione di modelli, nella loro critica consapevole, e nella loro valutazione intelligente ai fini di un certo uso, in condizioni di sicurezza e di vantaggiosità sociale ed economica. Dunque l'ingegneria è un'attività che richiede non soltanto una profonda comprensione dei fenomeni fisici, ma anche una ampia cultura e una preparazione multidisciplinare, ed è inscindibile da un alto grado di decisione esperta.

Negli ultimi anni, la figura dell'ingegnere è stata resa sempre più arida e apparentemente inadeguata dal vertiginoso e non sempre giustificato complicarsi delle *tecniche*, che hanno richiesto specializzazioni e automazioni via via crescenti. Ciò ha prodotto da un lato un grave impoverimento e uno svilimento della professione, sempre più vista come marginale e subordinata, e dall'altro un drastico incremento dell'utilizzo di protesi software. Tali protesi sono state ritenute implicitamente atte a colmare il divario tra le competenze effettive e quelle richieste, nella progressiva desertificazione delle conoscenze più autentiche.

Anziché porre l'accento sulla necessità di formare una ampia messe di esperti in grado di ragionare con la loro testa per risolvere problemi unici in modo efficiente, ci si è apparentemente dedicati alla formazione di una specie di *tecno-automa* computerizzato, visto più come *servente al pezzo* che come individuo pensante.

La progressiva richiesta di specializzazione ha generato una riduzione del numero delle aree di studio: si sono create e si stanno creando singole entità apparentemente super specializzate, e tante invisibili frontiere tra specialisti e specialisti, con tutti i tipici problemi legati al corretto trasferimento delle informazioni attraverso le interfacce tra esperti e organizzazioni diverse. Se la super specializzazione ha prodotto alti livelli di *expertise* in singoli, specifici campi della scienza e della tecnica, essa ha anche aumentato il rischio di cecità nei riguardi di altri importanti snodi del processo decisionale, spesso contigui ai propri. Ciò ha portato ad una accresciuta probabilità di errore. La corretta informazione sugli *snodi contigui* è anche ostacolata dalla carenza di testi completamente e immediatamente comprensibili, scritti allo scopo di illustrare e di spiegare.

Questa collana nasce dal desiderio di contribuire a mitigare questi problemi.

Il Curatore
Ing. Paolo Rugarli

CASTALIA